

УДК 004.9

О. Демчишин, канд. фіз.-мат. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## КЛАСТЕРНА МОДЕЛЬ КОМП'ЮТЕРНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ МЕРЕЖІ СЕНСОРІВ

**Резюме.** З використанням методу Делоне розроблено кластерну модель комп'ютерної візуалізації бездротової мережі сенсорів, на яких можливим є здійснення атак із подальшим їх підсиленням чи послабленням сигналу. Така модель дозволяє сформувати в конфігураційному двовимірному евклідовому просторі комп'ютера геометричну структуру у формі шестикутника, яка складається із обвідки внутрішнього шестикутника правильними трикутниками, вершинами яких є сигнальні точки, а сторонами – функціональні зв'язки між сигнальними точками.

**Ключові слова:** метод тріангуляції Делоне, конфігураційний простір, функціональний зв'язок, геометричний зв'язок, фрактальна геометрія, сніжинка Коха, кластер, чотириточковий симплекс, визначник Келі-Менгера.

O. Demchyshyn

## CLUSTER MODEL OF THE SENSOR COMPUTER VISUALISATION

**Summary.** Using Delaunay method and methods of the fracture structure plotting the cluster model of the computer visualization of the wireless sensor net has been developed. Such model allows constructing geometric hexagonal structure on the configuration 2D Euclid space, which consists of the regular triangle outlines, of the internal hexagonal, the vertex of which are points and the sides are the functional connection between signal points.

The cluster, built up in such a way, consists of 18 signal points, which are connected between each other by 36 functional connections of the same length. Signal points in the cluster are connected with other points by not less than three functional connections. It allows obtaining information from each of them and visualizes the sensor operation failure.

To provide visual computer interpretation of the possible attacks on the sensor, the images of which in the configuration space are signal points from different classes of their fracture, the properties of four-point complex are used, the possibility to find the square of its volume in particular, using Keli-Menger determinant, the elements of which are the squares of the six distances between four-point of simplex. This index for simplexes, which are expressed by the flat geometric shapes, will equal 0. Four-point triangle pyramid shaped simplex will be found by the Keli-Menger determinant, which is different from zero.

*Attacks on sensors cause the cluster symmetry failure, which results in creation of the four-point simplexes in the form of three geometric shapes: simplexes, which are not connected directly which the functional connections, which define the level of the attack on the sensor in the configuration space being of the plate rhomb shape; simplexes, which have two functional connections, which change their length during the attack on the sensor, transforming into the quadrangle, the shape of which can be presented by neither a rhomb nor a quadrangle; simplexes with three functional connections, the change of length of which is caused by the attack on the sensor and are transformed into the triangle pyramid.*

*Thus, the attack on the sensor causes: firstly geometric shape of the main part of the simplex, which fill the cluster and their edges are not changed functional connections, is unchanged; secondly, transformation of two sensors with two changed functional connections into quadrangle figure of 2D configuration space; thirdly, local deflection of the configuration space to the 3D with the epicenter in the signal point, which is treated as the attacked sensor resulted from the transformation from one to three simplexes into the 3D triangle pyramid.*

*Under such deflection of the configuration space the high of the triangle pyramid, beside the accepted in-to computer the noise signal parameters and the sensor, will define the attacked signal parameters as well. That is why local deflection of the configuration space makes it possible to find the attacked sensor, and the analytical definition of the high – to valuate the attack value on the sensor.*

**Key words:** *Delaunay triangulation method, configuration space, functional connection, geometric connection, fracture geometry, Koch snow-flake, cluster, four-point simplex, Keli-Menger determinant.*

**Постановка проблеми.** Протягом останніх років бездротові сенсорні мережі (БСМ) знайшли велике застосування, починаючи з військових і закінчуючи цивільними та комерційними сферами діяльності, і очікується, що їх поширення в майбутньому буде лише зростати. Вони покликані відігравати важливу роль у моніторингу людей, об'єктів та інфраструктур для таких цілей, як оцінювання стану навколишнього середовища, догляд за хворими, які перебувають вдома, і тому подібне. Сенсорні мережі приваблюють можливістю працювати автономно і без допомоги будь-якої інфраструктури або взаємодії з людиною. Тому виникає необхідність виявлення і якнайшвидшого реагування на можливі збої (в статті вони носять назву «атака») в їх роботі, що виникають з різних причин. При здійсненні атаки на БСМ відбувається зміна сили сигналу сенсорів – їх можливе приглушення або підсилення. Для візуалізації мережі опорних точок, якими є сенсори, використовують триангуляцію, тобто планарні граfi, всі внутрішні області яких – трикутники. Серед триангуляцій найчастіше використовується триангуляція за методом Делоне [1], який полягає в тому, що виконується умова Делоне: всередину кола, описаного навколо будь-якого побудованого трикутника, не повинна попадати жодна інша точка, яка використовується при побудові. Таке моделювання дозволяє використовувати мінімальну кількість геометричних об'єктів при побудові, що дає можливість зробити представлення сенсорів сигнальними точками двовимірного

евклідового конфігураційного простору (ЕКП), в якому сигнальні точки – це вершини трикутників, квадратів, ромбів та інших геометричних утворень. Таким чином, основою комп'ютерного моделювання є встановлення відповідності між роботою сенсорів у «польових умовах» і зміною положення сигнальних точок в ЕКП.

Інформація про роботу двох сенсорів подається в комп'ютер, який з неї формує функціональний зв'язок (ФЗ) між сигнальними точками, що є образами сенсорів при візуалізації. Встановлені таким чином зв'язки – відстані між сигнальними точками – дають можливість моделювати різні геометричні об'єкти ЕКП. У просторі використовуються також і геометричні зв'язки (ГЗ) між сигнальними точками. Це – допоміжні геометричні утворення конфігураційного простору, зміна яких залежить від зміни ФЗ і властивостей простору. Зміна функціональних зв'язків призводить до зміни форми геометричних об'єктів. За характером цих змін визначається сенсор, який перестає працювати в нормальному режимі, і ступінь його пошкодження. Крім цього, створена при моделюванні геометрична структура дає можливість візуально визначати місце і характер змін, що відбуваються в ЕКП а, отже, і з сенсорами при їх роботі.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** При комп'ютерному моделюванні БСМ значного використання набули методи обчислювальної геометрії, зокрема геометрії відстаней [2, 3, 4, 5, 6], яка дозволяє із факту існування співвідношень між вимірюваними відстанями досліджувати внутрішні властивості геометричних фігур. При цьому зручним з точки зору оптимальної кількості зв'язків є метод тріангуляції Делоне. Недоліком вказаного методу вважається неможливість відстежити рівень пошкодження сигналу окремого сенсора або невеликої групи компактно розташованих сенсорів. У роботі [7], як один із можливих способів вирішення цієї проблеми, було зроблено представлення мережі однотипних сенсорів у ЕКП множиною сигнальних точок, які в двовимірному конфігураційному просторі є вершинами квадратів. Така модель при відповідному виборі узгоджувальної функціональної залежності визначає геометричні утворення в ЕКП і дає можливість побудувати ієрархічну структуру із сигнальних точок. Створення структури ґрунтується на принципі самоподібності, який є основою побудови різного виду геометричних структур у фрактальній геометрії [8, 9]. Ієрархічна структура дозволяє швидко, опускаючись по «ієрархічній драбині», відшукати первинний геометричний об'єкт конфігураційного простору, складений із невеликої кількості сигнальних точок, в якому відбулися структурні зміни внаслідок атаки на один із сенсорів.

**Метою дослідження** є здійснення побудови і дослідження кластерної моделі комп'ютерної візуалізації мережі однотипних сенсорів із використанням принципів по-

будови фрактальних структур типу сніжинка Коха [8], виходячи із формуючого (основного) елемента конфігураційного простору – функціонального зв'язка між двома сигнальними точками.

**Алгоритм побудови кластера.** Кластерна, як і ієрархічна, модель передбачає побудову на першому етапі за допомогою базового елемента геометричний об'єкт – основу для створення складніших геометричних структур. На відміну від попередньої ієрархічної моделі, кластерна модель може мати різний ступінь складності.

Як було вказано в [7], відстань між сенсорами є функцією сигналів  $\Omega_i, \Omega_j$ :  $l_{ij} = l(\Omega_i, \Omega_j)$ . При створенні відповідності між сенсорами і сигнальними точками ЕКП необхідно враховувати і «шумові сигнали»  $\omega$ , якими наповнений простір, де знаходяться сенсори. Тому поставимо у відповідність шумовому сигналу  $\omega$  відрізок  $l_0 = l(\omega)$ , а двом однотипним сенсорам  $\Omega_1 = \Omega_2$  – відрізки однакової довжини, які дорівнюють  $l_s = l(\Omega_1) = l(\Omega_2)$ . Отриманий таким чином відрізок довжиною  $l_{12} = l = 2l_s + l_0$  буде функціональним зв'язком, який визначає в конфігураційному просторі відстань між двома сигнальними точками **1** і **2** (рис. 1).

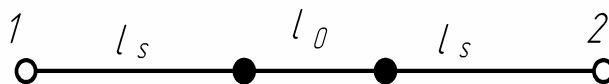


Рисунок 1. Функціональний зв'язок між двома сигнальними точками

Figure 1. Functional connection between two signal points

Якщо сигнальна точка у конфігураційному просторі буде зв'язана з кількома іншими сигнальними точками, то відповідні функціональні зв'язки до цих точок будуть формуватися аналогічно. Наприклад, зв'язок між точкою **1** і точкою **3** буде дорівнювати

$$l_{13} = l_s + l_{s3} + l_0, \text{ де } l_s = l(\Omega_1), l_0 = l(\omega) \text{ і } l_{s3} = l(\Omega_3).$$

Із незалежної між собою роботи сенсорів зв'язок, який створений в ЕКП, дає можливість локалізувати структурні зміни в ЕКП внаслідок змін у роботі сенсорів. Зміна в роботі сенсора призводить до зміни величини функціонального зв'язка лише у цій його частині, яка відповідає атакованому сенсорю: зміна у роботі, наприклад, сенсора  $\Omega_3$  ( $\Omega_{31} = \Omega_3 + \Omega'_3$ ) призведе до того, що зміниться довжина  $l_{s3}^{(1)} = l(\Omega_{31})$ , і функціональний зв'язок між точками **1** і точкою **3** буде дорівнювати  $l_{13}^{(1)} = l_s + l_{s3}^{(1)} + l_0$ .

В основу побудови множини СТ конфігураційного простору, які здійснюють візуалізацію мережі сенсорів із однаковими параметрами, візьмемо правильний шестикут-

ник із стороною  $l$ . У вершинах такого шестикутника розмістимо шість сигнальних точок (СТ). Наступним кроком побудови є окантування шестикутника правильними трикутниками зі сторонами такої ж довжини, у вершинах яких також розмістимо СТ.

Побудова дає можливість утворити ще одну сигнальну точку, яку можна помістити в центр внутрішнього шестикутника, з'єднавши її шістьма функціональними зв'язками з точками шестикутника. Але це робити недоцільно внаслідок того, що при збільшенні сигнальних точок на одиницю кількість функціональних зв'язків збільшиться на шість.

Утворений таким чином кластер має шестикутну структуру і повністю знаходиться у двовимірному ЕКП комп'ютера. Кластер складається із 18 сигнальних точок, з'єднаних за допомогою 36 однакових відрізків – функціональних зв'язків довжиною  $l$  (рис. 2). Функціональні зв'язки а, отже, і розміщення сигнальних точок будуть визначатися характеристиками сенсорів, а не властивостями ЕКП.

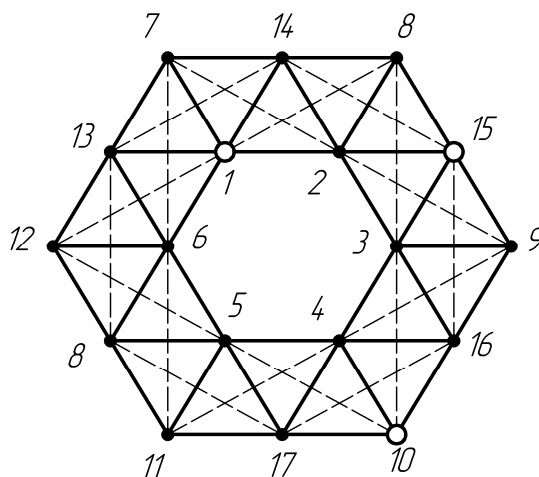


Рисунок 2. Кластерна модель із сигнальних точок в ЕКП

Figure 2. Clusters model of signaling points in the EKS

**Дослідження структури кластера.** За кількістю функціональних зв'язків однієї сигнальної точки з іншими множина сигнальних точок розбивається на три класи (на рисунку 2 відмічено по одній сигнальній точці кожного класу):

1. Вершини зовнішнього обвідного шестикутника (ЗОШ) –  $T_1 = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ . Кожна така сигнальна точка фіксовано з'єднана із відповідною вершиною внутрішнього шестикутника і двома СТ, які є серединами сторін зовнішнього обвідного шестикутника. Всі інші з'єднання цієї точки із більш далекими СТ визначаються геометричними зв'язками конфігураційного простору.

2. Середини сторін ЗОШ –  $T_2 = \{13, 14, 15, 16, 17, 18\}$ . Кожна із цих СТ фіксовано з'єднана із двома сусідніми вершинами ЗОШ та двома вершинами внутрішнього шестикутника.

3. Вершини внутрішнього шестикутника (ВШ) –  $T_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Кожна із цих вершин має фіксований зв'язок із двома сусідніми однотипними вершинами, відповідною вершиною ЗОШ та двома точками – серединами сторін ЗОШ.

Внаслідок того, що трикутники малоприматні для здійснення комп'ютерної візуалізації можливих атак на сенсори, виберемо найзручніший для подальшого дослідження геометричний об'єкт у вигляді чотириточкового симплекса (4С), який при переміщеннях сигнальних точок – вершин симплекса, може трансформуватись або у відрізок прямої, або у чотирикутник, або у трикутну піраміду. Тому обвідку ВШ будемо вважати представленою 18 однаковими 4С, які при побудові мають початкову геометричну форму ромба  $R_i$  ( $i \in N_{18}$ ). Вершини симплекса-ромба з'єднані між собою шістьма ребрами, з яких п'ять функціональних зв'язків однакової довжини  $l$  (один з них – діагональ ромба) і один геометричний зв'язок (друга діагональ ромба). Геометричні зв'язки на рисунку 1 позначені пунктирними лініями.

В таблиці 1 відмічені всі утворені ромби (4С) і відповідні їм вершини.

Таблиця 1

	Вершини		Вершини		Вершини
<b>R1</b>	1, 7, 13, 14	<b>R7</b>	1, 7, 13, 6	<b>R13</b>	1, 7, 14, 2
<b>R2</b>	2, 8, 14, 15	<b>R8</b>	2, 8, 14, 1	<b>R14</b>	2, 8, 15, 3
<b>R3</b>	3, 9, 15, 16	<b>R9</b>	3, 9, 15, 2	<b>R15</b>	3, 9, 16, 4
<b>R4</b>	4, 10, 16, 17	<b>R10</b>	4, 10, 16, 3	<b>R16</b>	4, 10, 17, 5
<b>R5</b>	5, 11, 17, 18	<b>R11</b>	5, 11, 17, 4	<b>R17</b>	5, 11, 18, 6
<b>R6</b>	6, 12, 18, 13	<b>R12</b>	6, 12, 18, 5	<b>R18</b>	6, 12, 13, 1

При такому розбитті обвідки ВШ на 18 симплексів кожна СТ буде вершиною двох 4С, які визначають СТ двома ФЗ. Крім цього, сигнальні точки є вершинами 4С з трьома ФЗ:

- сигнальні точки класу  $T_1$  є вершинами для одного 4С;
- сигнальні точки класу  $T_2$  є вершинами для двох 4С;
- сигнальні точки класу  $T_3$  є вершинами для трьох 4С.

Визначник Келі-Менгера дозволяє обчислити об'єм симплекса, знаючи довжини його ребер [6, 10]. Для 4С із вершинами  $i, j, k, p$  квадрат об'єму визначається шістьма відстанями між точками – ребрами 4С:

$$V_{i,j,k,p}^2 = \frac{(-1)^3}{2^3 (3!)^2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & l_{ij}^2 & l_{ik}^2 & l_{ip}^2 \\ -1 & l_{ij}^2 & 0 & l_{jk}^2 & l_{jp}^2 \\ -1 & l_{ik}^2 & l_{jk}^2 & 0 & l_{kp}^2 \\ -1 & l_{ip}^2 & l_{jp}^2 & l_{kp}^2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{(-1)^3}{2^3 (3!)^2} \Delta(4C). \quad (1)$$

При стабільній роботі сенсорів симплекси кластера є ромбами двовимірного ЕКП. Тому для них  $V_{4C} = 0$ , тобто  $\Delta(4C) = 0$ .

**Дослідження роботи кластера.** Атака на один із сенсорів сигналом  $\varepsilon$  призведе до зміни структури кластера. Функціональні зв'язки, які безпосередньо зв'язані із сенсором, змінять свою довжину на величину  $l_\varepsilon = l(\varepsilon)$  і, здійснивши трансформацію симплексів із цими ФЗ. Наслідком цього буде створення трьох типів симплексів (рис. 3):

- 4С з відсутньою трансформацією – це симплекси без видовжень ФЗ (рис. 3а);
- 4С з трансформацією, яка визначається двома ФЗ із видовженнями  $l_\varepsilon = l(\varepsilon)$  (рис. 3б);
- 4С з трансформацією, яка визначається трьома ФЗ із видовженнями  $l_\varepsilon = l(\varepsilon)$  (рис. 3в).

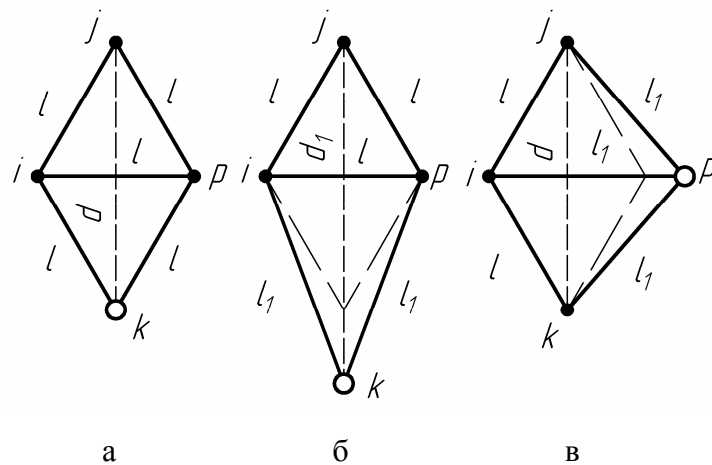


Рисунок 3. Трансформації симплексів при видовженні 0 (а), 2 (б), 3 (в) ФЗ.

Figure 3. Transformation simplex at elongation 0 (a), 2 (б), 3 (в) functional relationships

В таблиці 2 відмічено 4С із видовженнями ФЗ і змінами положень СТ.

Таблиця 2

		Сигнальні точки								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ви-	2 ФЗ	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R7	R8	R9
		R18	R13	R14	R15	R16	R17	R13	R14	R15

	3 ФЗ	R1 R7 R13	R2 R8 R14	R3 R9 R15	R4 R10 R16	R5 R11 R17	R6 R12 R18	R1	R2	R3
		Сигнальні точки								
		10	11	12	13	14	15	16	17	18
Видовження	2 ФЗ	R10 R16	R11 R17	R12 R18	R1 R6	R2 R1	R3 R2	R4 R3	R5 R4	R6 R5
	3 ФЗ	R4	R5	R6	R7 R12	R8 R13	R9 R14	R10 R15	R11 R16	R12 R17

Відкалібруємо всі ребра симплексів відносно прийнятої відповідності, що шумовому сигналу  $\omega$  відповідає відрізок  $l_0 = l(\omega)$ . Нехай  $l_{si} = l_s = \alpha l_0$ , а довжина, яка відповідає сигналу  $\varepsilon$ ,  $l_\varepsilon = \beta l_0$ . Тоді до атаки на сенсор ФЗ між двома СТ буде представлено довжиною  $l = (2\alpha + 1)l_0$ , а ГЗ – довжиною  $d = \sqrt{3}l = (2\alpha + 1)l_0\sqrt{3}$  ( $d^2 = 3l^2$ ). Після атаки на сенсор отримаємо такі видовження: функціональний зв'язок після видовження –  $l_1 = \sqrt{k}l$ ,  $k = (1 + \delta)^2$ ,  $\delta = \frac{l_\varepsilon}{l} = \frac{\beta}{2\alpha + 1}$  – коефіцієнт, який визначає відносне видовження ФЗ унаслідок атаки на сенсор; геометричний зв'язок після видовження –  $d_1 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{4k - 1}}{2}l$  або  $d_1^2 = (k + \gamma)l^2$ , де  $\gamma = \frac{1 + \sqrt{12k - 3}}{2}$ .

Таким чином, після атаки три типи симплексів із вершинами в точках  $i, j, k, p$  (рис. 3) будуть мати такі довжини ребер:

- 4С без видовжень ФЗ  $l_{ij} = l_{ip} = l_{jp} = l_{kp} = l_{ik} = l$ ,  $l_{jk} = d$ ;
- 4С із двома видовженими ФЗ  $l_{ij} = l_{ip} = l_{jp} = l$ ,  $l_{ik} = l_{pk} = l_1$ ,  $l_{jk} = d_1$ ;
- 4С із трьома видовженими ФЗ  $l_{ij} = l_{ik} = l$ ,  $l_{ip} = l_{jp} = l_{kp} = l_1$ ,  $l_{jk} = d$ .

Із визначника (1) отримуємо три визначники Келі-Менгера:  $\Delta_0(4C)$ ,  $\Delta_2(4C)$  і  $\Delta_3(4C)$  (нижній індекс вказує кількість ФЗ, які видовжуються), які після введення параметрів

$$k_1 = \begin{cases} 1, & \Delta(4C) = \Delta_0(4C); \\ 1, & \Delta(4C) = \Delta_2(4C); \\ k, & \Delta(4C) = \Delta_3(4C), \end{cases} \quad k_2 = \begin{cases} 1, & \Delta(4C) = \Delta_0(4C); \\ k, & \Delta(4C) = \Delta_2(4C); \\ 1, & \Delta(4C) = \Delta_3(4C), \end{cases}$$

$$k_3 = \begin{cases} 3, & \Delta(4C) = \Delta_0(4C); \\ k + \gamma, & \Delta(4C) = \Delta_2(4C); \\ 3, & \Delta(4C) = \Delta_3(4C), \end{cases} \quad k_4 = \begin{cases} 1, & \Delta(4C) = \Delta_0(4C); \\ k, & \Delta(4C) = \Delta_2(4C); \\ k, & \Delta(4C) = \Delta_3(4C), \end{cases} \quad (2)$$



записуємо одним визначником  $\Delta(4C)$  п'ятого порядку

$$\Delta(4C) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & l^2 & k_1 l^2 & k_2 l^2 \\ -1 & l^2 & 0 & k_1 l^2 & k_3 l^2 \\ -1 & k_1 l^2 & k_1 l^2 & 0 & k_4 l^2 \\ -1 & k_2 l^2 & k_3 l^2 & k_4 l^2 & 0 \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Визначник (3) зводиться (використавши властивості визначників) до симетричного визначника третього порядку

$$\Delta(4C) = l^6 \begin{vmatrix} -2 & -1 & k_3 - k_2 - 1 \\ -1 & -2k_1 & k_4 - k_2 - k_1 \\ k_3 - k_2 - 1 & k_4 - k_2 - k_1 & -2k_2 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Для 4C без видовжень ФЗ  $k_1 = k_2 = k_4 = 1$  і  $k_3 = 3$ . Об'єми таких симплексів дорівнюють нулю внаслідок того, що

$$\Delta(4C) = \Delta_0(4C) = l^6 \begin{vmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0.$$

Визначник  $\Delta_2(4C)$  для симплексів із двома функціональними зв'язками визначається параметрами  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = k_4 = k$ ,  $k_3 = k + \gamma$  і дорівнює нулю. Справді

$$\Delta(4C) = \Delta_2(4C) = l^6 \begin{vmatrix} -2 & -1 & \gamma - 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ \gamma - 1 & -1 & -2k \end{vmatrix} = -2l^6(\gamma^2 - \gamma + 1 - 3k).$$

З того, що

$$\gamma^2 = \left( \frac{1 + \sqrt{12k - 3}}{2} \right)^2 = \frac{\sqrt{12k - 3} + 12k - 3}{4} = 3k + \frac{\sqrt{12k - 3} - 1}{2} = 3k + \gamma - 1,$$

отримуємо  $\Delta_2(4C) = -2l^6(3k + \gamma - 1 - \gamma + 1 - 3k) = 0$ .

Рівність нулю визначника вказує на те, що об'єми симплексів із двома зміненими функціональними зв'язками також дорівнюють нулю, тобто трансформовані таким чином 4C залишаються плоскими геометричними об'єктами і не здійснюють структурних змін конфігураційного простору.

Для симплексів із трьома зміненими функціональними зв'язками визначник  $\Delta(4C) = \Delta_3(4C)$  із параметрами  $k_1 = k_4 = k$ ,  $k_2 = 1$ ,  $k_3 = 3$  буде дорівнювати

$$\Delta_3(4C) = -l^6 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2k & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -6(2\alpha + 1)^4 \beta(\beta + 4\alpha + 2)l_0.$$

Відмінність від нуля визначника  $a$ , отже, і об'єму симплекса, вказує, що трансформація 4С із трьома зміненими ФЗ призводить до утворення тривимірного геометричного об'єкта – трикутної піраміди, якщо відбувається підсилення сигналу симплекса (рис. 4). Простір кластера отримає локальне викривлення з епіцентром у сигнальній точці, яка є представником атакованого сенсора в конфігураційному просторі.

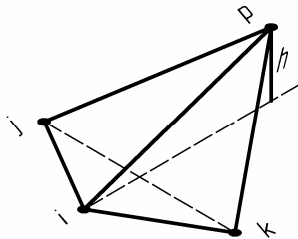


Рисунок 4. Тривимірний 4С

Figure 4. Three-dimensional 4C

**Результати дослідження роботи кластера.** Проведені дослідження показують, що для мережі однотипних сенсорів є можливість створення в конфігураційному комп'ютерному просторі кластера у вигляді плоскої геометричної структури (рис. 2), складеної із 18 сигнальних точок, які з'єднані між собою 36 фіксованими зв'язками. Такий кластер буде реагувати на атаки, які здійснюються на сенсори, локальним викривленням своєї геометрії з епіцентрами у відповідних сигнальних точках. Таким чином, отримуємо візуальне представлення зміни вимірності конфігураційного простору внаслідок здійснення атак на сенсори.

Кластер є самостійним геометричним утворенням, яке здійснює візуалізацію роботи 18 сенсорів. Назовні він визначається параметрами шести сенсорів, що представлені вузловими точками класу  $T_1$ . Тому із кластерів можна формувати й складніші геометричні об'єкти в ЕКП. Якщо два кластери у вузлових точках мають різні характеристики сенсорів  $\Omega_i$  і  $\Omega_j$ , то за допомогою фіксованої з'єднуючої ланки довжиною

$$l_{ij} = l(\Omega_i, \Omega_j, \omega) = l(\Omega_i) + l(\Omega_j) + l(\omega)$$

можна утворити структуру із двох кластерів (рис. 5а) або і більшої кількості.

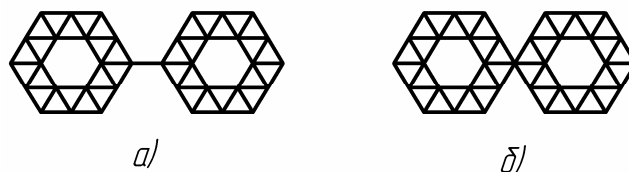


Рисунок 5. Об'єднання двох кластерів

Figure 5. Merge two clusters

При таких утвореннях довжина з'єднувальної ланки буде залежати від типу сенсорів. Якщо сенсори однотипні, то можливим є варіант об'єднання двох кластерів без допоміжної ланки шляхом заміщення вузлової сигнальної точки класу  $T_1$ , одного кластера вузловою сигнальною точкою цього ж класу іншого кластера (рис. 5б). Наслідком таких об'єднань є можливість створення складніших геометричних структур конфігураційного простору (рис. 6).

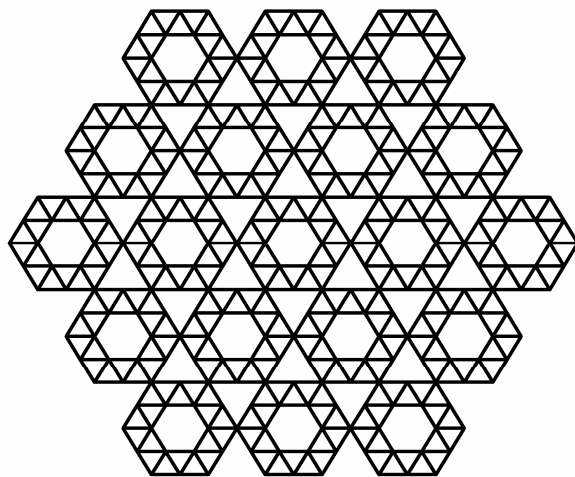


Рисунок 6. Фрактальне утворення із кластера

Figure 6. Formation of fractal cluster

**Оцінювання величини параметрів, які характеризують пошкодження сенсора.** Характер змін у кластері, які спричинені тим, що сенсор перестає працювати в нормальному режимі, дає можливість визначити ступінь його пошкодження.

Відмінність від нуля об'єму і висоти симплекса  $\alpha$ , також і саме утворення симплекса з відмінним від нуля об'ємом, вказує на це, що сенсор перестає працювати в нормальному режимі, тобто  $\beta \neq 0$ . Тому виникає можливість робити оцінювання збоїв у роботі сенсора за цими величинами. Зробимо для початку довжину  $l_0$ , яка відповідає шумовому сигналу  $l_0 = l(\omega)$ , масштабною одиницею ( $|l_0| = 1$ ), що дає можливість, не втрачаючи інформативності, спростити викладки.

Квадрат об'єму трикутної піраміди в цьому випадку дорівнює

$$(V_{4C}^2)_3 = -\frac{\Delta_3(4C)}{288}, \text{ де } \Delta_3(4C) = -6(2\alpha + 1)^4 \beta(\beta + 4\alpha + 2).$$

Для знаходження висоти тривимірного симплекса використаємо той факт, що

$$(V_{4C})_3 = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h \text{ і } S_{осн} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2\alpha + 1)^2. \text{ Тоді}$$

$$h = \frac{3(V_{4C})_3}{S_{осн}} = \frac{12(V_{4C})_3}{\sqrt{3}(2\alpha + 1)^2} \text{ або } h^2 = -\frac{48(V_{4C}^2)_3}{(2\alpha + 1)^4} = -\frac{\Delta_3(4C)}{6(2\alpha + 1)^4}.$$

Таким чином, отримали

$$\Delta_3(4C) = -6(2\alpha + 1)^4 \beta(\beta + 4\alpha + 2) \text{ і } \Delta_3(4C) = -6h^2(2\alpha + 1)^4,$$

звідки  $h^2 = \beta(\beta + 4\alpha + 2)$ , де  $\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{l}{l_0} - 1 \right) > 0$  – коефіцієнт, який визначає, у скільки разів відрізняється відрізок, що характеризує сигнал  $\Omega$ , від відрізка визначеного шумовим сигналом  $\omega$ .

Отримання від'ємних значень  $h^2$  і  $(V_{4C}^2)_3$  при від'ємних значеннях параметра  $\beta$  показує, що у випадку приглушення роботи сенсора атакуючим сигналом ( $\beta < 0$ )  $4C$  стає уявним із уявними об'ємом і висотою. Тому додатне значення визначника Келі-Менгера означатиме, що відбувається приглушення сенсора атакуючим сигналом, а від'ємне значення – його підсилення. При видовженні ФЗ симплекс стає трикутною пірамідою із об'ємом  $(V_{4C})_3$  і висотою  $h$ . При зменшенні ФЗ ( $\beta < 0$ ) в комп'ютерній візуалізації можемо користуватися величиною  $\Delta_3(4C) = 6 |h^2| (2\alpha + 1)^4 > 0$ , взявши при цьому  $|h^2| = |\beta(\beta + 4\alpha + 2)|$  і здійснити від'ємне локальне викривлення геометрії кластера, яке представимо заглибленнями навколо відповідної сигнальної точки із його максимальною величиною у цій точці. Зрозуміло, що в цьому випадку отримується штучно створена трикутна піраміда, в якій ребра при висоті не дорівнюють  $l_1$ , але основа такої піраміди така ж, а висота характеризує ступінь приглушення сигналу сенсора.

Зробимо довжину  $l_0$ , яка відповідає шумовому сигналу  $l_0 = l(\omega)$ , масштабною одиницею ( $|l_0| = 1$ ) і, враховуючи, що параметр  $\beta$  може набувати від'ємні, нуль і додатні значення, запишемо отримані залежності у вигляді  $h^2 = h(\beta)$  і  $(V_{4C}^2)_3 = V(\beta)$ :

$$h^2 = \beta(\beta + 4\alpha + 2) \text{ і } (V_{4C}^2)_3 = \eta\beta(\beta + 4\alpha + 2), \text{ де } 48\eta = (2\alpha + 1)^4.$$

Для оцінювання рівня пошкодження сигналу окремого сенсора введемо чисельний коефіцієнт  $\lambda = \lambda(\beta)$ , який не має геометричного змісту, але характеризує характер змін у роботі сенсора. Враховуючи, що мінімальне значення  $\beta$  отримуємо при повному заглушенні сигналу сенсора ( $\beta = -\alpha$ ), будемо розглядати залежність  $\lambda = \lambda(\beta)$  лише

при  $\beta \geq -\alpha$ . Нехай ця залежність визначається співвідношенням, за яким коефіцієнт  $\lambda$  може бути від'ємним, додатним і дорівнювати нулю:

$$\lambda = \begin{cases} -\sqrt{|\beta(\beta + 4\alpha + 2)|} < 0, & -\alpha \leq \beta < 0, \\ 0, & \beta = 0, \\ \sqrt{\beta(\beta + 4\alpha + 2)} > 0, & \beta > 0. \end{cases}$$

При мінімальному значенні  $\beta = -\alpha$  отримуємо мінімальне значення

$$\lambda_{\min} = -\sqrt{\alpha(3\alpha + 2)},$$

абсолютна величина якого вказує висоту штучно створеного тривимірного симплекса при повному приглушенні сигналу сенсора атакованим сигналом.

Якщо, наприклад, нормальна робота сенсора визначається коефіцієнтом  $\alpha = 10$ , то отримаємо графік залежності, на якому по горизонтальній осі відкладено величину сигналу атаки, а по вертикалі – коефіцієнт  $\lambda = \lambda(\beta)$  (рис. 7).

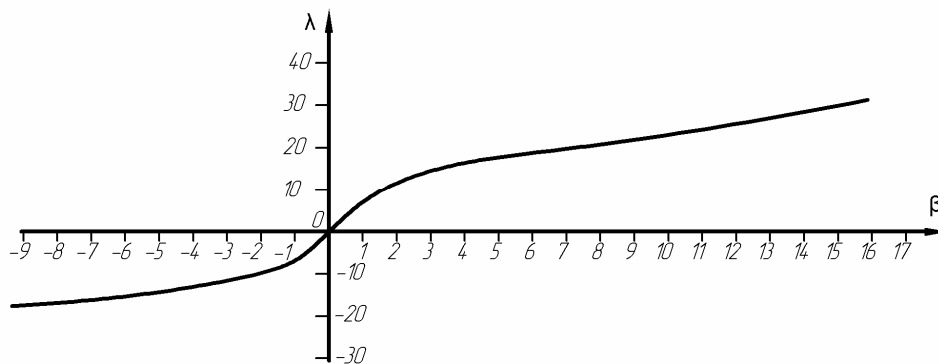


Рисунок 7. Графік залежності  $\lambda = \lambda(\beta)$

Figure 7. Dependency graph of  $\lambda = \lambda(\beta)$

Для зручності візуального й чисельного оцінювання ступеня атаки на сенсор доцільно розглядати карту кластера у вигляді квадратної матриці **D** вісімнадцятого порядку, в якій стовпці і рядки є нечисловими характеристиками кластера: стовпці визначають 4С, а рядки – сигнальні точки. Елементами матриці будуть числові оцінювальні характеристики ступенів атак на сенсори, яким відповідають сигнальні точки кластера. Порожні клітинки визначають симплекси і сигнальні точки, які не задіяні в структурних змінах геометрії кластера. Клітинки з нулем визначають симплекси, трансформація яких здійснюється в межах двовимірного ЕКП. Параметр  $\lambda$  якісно вказує на 4С, які трансформуються у тривимірний або в уявний симплекс. Кількісно параметр  $\lambda$  визначатиме величину і характер атаки на сенсори (приглушення ( $\lambda < 0$ ) або підсилення ( $\lambda > 0$ )) за формулою

$$\lambda = \begin{cases} -h, & -\alpha \leq \beta < 0, \\ 0, & \beta = 0, \\ h, & \beta > 0, \end{cases}$$

$$\text{де } h = \frac{3V}{S_{оч}}, \quad V = \begin{cases} \sqrt{|V_{4C}^2|}, & -\alpha \leq \beta < 0, \\ 0, & \beta = 0, \\ V_{4C} & \beta > 0, \end{cases} \quad S_{оч} = \frac{S_{4C}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2.$$

**D =**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
R1	$\lambda$						$\lambda$						0	0				
R2		$\lambda$						$\lambda$						0	0			
R3			$\lambda$						$\lambda$						0	0		
R4				$\lambda$						$\lambda$						0	0	
R5					$\lambda$						$\lambda$						0	0
R6						$\lambda$						$\lambda$	0					0
R7	$\lambda$						0						$\lambda$					
R8	0	$\lambda$						0						$\lambda$				
R9		0	$\lambda$						0						$\lambda$			
R10			0	$\lambda$						0						$\lambda$		
R11				0	$\lambda$						0						$\lambda$	
R12					0	$\lambda$						0						$\lambda$
R13	$\lambda$	0					0	0						$\lambda$				
R14		$\lambda$	0					0							$\lambda$			
R15			$\lambda$	0					0							$\lambda$		
R16				$\lambda$	0					0							$\lambda$	
R17					$\lambda$	0					0							$\lambda$
R18	0					$\lambda$						0	$\lambda$					

**Висновки.** З використанням методу триангуляції Делоне в конфігураційному просторі запропоновано побудову кластерної моделі комп'ютерної візуалізації бездротової мережі 18 однотипних сенсорів, які працюють незалежно один від одного. Проведено математичне дослідження роботи створеної кластерної моделі при здійсненні атак на сенсори. Наведено оцінювальні формули для виявлення характеру змін, які відбуваються з сенсором, якщо він перестає працювати в нормальному режимі.

**Conclusions.** Using Delaunay triangulation method in the configuration space, cluster model of computer visualization wireless network of 18 similar sensors. Is proposed the mathematical study of the cluster model created by the implementation of attacks on sensors.

Is carried out Evaluation formulae for finding the changes that occur with the sensor, if it stops functioning normally one presented.

### Список використаної літератури

1. Скворцов, А.В. Триангуляция Делоне и ее применение [Текст] / А.В. Скворцов. – Томск: Изд-во Том. ун-та. 2002. – 128 с.
2. Chinh T. Delaunay-triangulation based complete coverage in wireless sensor networks [Електронний ресурс] / Chinh T. Vu, Yingshu Li // PERCOM '09 Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications – 2009 – С. 1-5 – Режим доступу: <http://www.cs.gsu.edu/yli/papers/percom 2009.pdf>.
3. Becher A.. Tampering with motes: Real-world physical attacks on wireless sensor networks / A. Becher, Z. Benenson, M. Dornseif // volume 3934 of Lecture Notes in Computer Science, In J. A. Clark, R. F. Paige, F. Polack, and P. J. Brooke, editors, SPC, – 2006. – PP. 104–118.
4. Карпінський, М.П. Геометричне моделювання у графічному представленні сенсорних мереж [Текст] / М.П. Карпінський, С.М. Балабан, В.М. Чиж // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Міжнародний науково-технічний збірник. Доповіді VII міжнародної науково-практичної конференції, присвяченої 65-річчю ДВНЗ «Ужгородський національний університет» та 125-річчю національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» «Геометричне моделювання, комп'ютерні технології та дизайн: теорія, практика, освіта». – К.: Віпол, 2011. – Вип. 87. – С. 154–158.
5. Спосіб візуалізації атаки червоточини в безпроводній сенсорній мережі: патент на корисну модель 64391: МПК H04W 12/00 [Текст] / Карпінський В.М., Євтух П.С., Боровік Б.Л., Карпінський М.П.; власник патенту Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя (Україна). – № u 2011 03578; заявл. 25.03.11; опубл. 10.11.2011, Бюл. № 21. – 4 с.
6. Кулаков, Ю.И. Теория физических структур. (Математические начала физической герменевтики) [Текст] / Ю.И. Кулаков. – М., 2004. – 847 с.
7. Характеристика атаки на сенсор при комп'ютерній візуалізації мережі сенсорів [Текст] / М. Карпінський, О. Демчишин, С. Балабан, В. Чиж // Матеріали другої науково-технічної конференції «Інформаційні моделі системи та технології». – Тернопіль. – 2012. – С. 36.

8. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. – New York: Freeman, 1982. (Перевод на русский: Б. Мандельброт. Фрактальная геометрия природы. – Ижевск: Изд-во РХД, 2002. – 656 с.

9. Шредер, М. Фракталы, хаос, степенные законы [Текст] / М. Шредер. – Ижевск: РИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 528 с.

10. Демчишин, О.І. Визначення плоского кута за допомогою визначника Келі-Менгера [Текст] / О.І. Демчишин // Матеріали XIV наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. «Природничі науки та інформаційні технології». – Тернопіль. – 2010. – С. 48.

*Отримано 10.04.2012*